UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Disciplina: *Álgebra Linear II*
Prof. *Victor Martins*

Prova 3 - 18/06/2019

(Questões sem justificativas não serão consideradas, portanto apresente as justificativas para cada solução.)

Nome:____Matrícula:__________

Questão 1: *(1,5 pontos)* Se V é um $\mathbb{K}$-espaço vetorial finitamente gerado e $W \leq V$, mostre que

$$\dim V = \dim W + \dim W^\circ.$$

Questão 2: *(2,0 pontos)* Considere a base $\mathcal{B} = \{(2,1),(3,1)\}$ de $\mathbb{R}^2$. Ache a base dual de $\mathcal{B}$.

Questão 3: *(2,0 pontos)* Sejam

$$m_T(x) = (x-\lambda_1)^{d_1}\dots(x-\lambda_s)^{d_s} \quad \text{e} \quad p_T(x) = (x-\lambda_1)^{n_1}\dots(x-\lambda_s)^{n_s}$$

os polinômios minimal e característico do operador $T \in \mathfrak{L}(V)$. Justifique cada uma das afirmações baseando-se nos resultados vistos na disciplina sobre a decomposição de um operador em sua forma de Jordan.

(a) Existe ao menos um bloco $d_i \times d_i$ associado ao autovalor λ_i;

(b) O número de blocos associados ao autovalor λ_i é igual à multiplicidade geométrica de λ_i.

Questão 4: *(4,5 pontos)* A menos de ordenamento dos blocos, determine todas as possíveis formas canônicas de Jordan para um operador

(a) cujo polinômio característico é $p_T(x) = (x-2)^3(x-5)^2$;

(b) cujo polinômio minimal é $m_T(x) = (x-2)^2$, sabendo que a dimensão do espaço é 7;

(c) cujo polinômio característico é $p_T(x) = (x-3)^4(x-5)^4$ e cujo polinômio minimal é $m_T(x) = (x-3)^2(x-5)^2$.

BOA PROVA!