



Prova 1 - 02/05/2023

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

**Questão 1:** (3,0 pontos) Resolva e classifique os sistemas lineares abaixo:

$$(a) \begin{cases} x + 4y + 3z = 1 \\ 2x + 5y + 4z = 4 \\ x - 3y - 2z = 5 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} 2x - 6y = 0 \\ 4x + 5y = 0 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$$

**Questão 2:** (2,0 pontos) Considere a matriz  $A$  dada abaixo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que uma matriz  $B$  é obtida de  $A$  a partir da seguinte sequência de operações elementares na matriz  $A$ : (i) troca da linha 1 com a linha 3; (ii) multiplicação da matriz pelo escalar  $-2$ ; (iii) troca da linha 2 com a linha 4.

Uma outra matriz  $C$  é obtida da matriz  $B$  a partir da seguinte sequência de operações elementares na matriz  $B$ : (i) troca da linha 2 pela linha 2 somada com a linha 3 multiplicada por 3; (ii) multiplicação da linha 1 e da linha 4 pelo escalar  $\frac{1}{4}$ .

Qual o determinante da matriz  $E$  dada por  $E = A^{-1} \cdot B \cdot C^t$ ?

**Questão 3:** (1,0 ponto) Verifique se  $\mathbb{R}^2$  com as operações de adição e multiplicação por escalar definidas a seguir é um  $\mathbb{R}$ -espaço vetorial:

$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 - y_2) \\ a(x, y) = (a^2x, a^2y).$$

**Questão 4:** (4,0 pontos) Assinale (V) para as afirmações verdadeiras e (F) para as afirmações falsas. Demonstre ou dê um contraexemplo, para justificar sua resposta.

- (a) ( ) Se  $A$  e  $B$  são matrizes quadradas de mesma ordem, então  $\det(A + B) = \det A + \det B$ .
- (b) ( ) Para matrizes quadradas  $A$  e  $B$  de mesma ordem temos  $(A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2$ .
- (c) ( ) Se uma matriz  $A$  é tal que  $A = A \cdot A^t$  então  $A$  é simétrica e  $A^2 = A$ .
- (d) ( ) Para qualquer valor de  $x \in \mathbb{R}$  a matriz  $A = \begin{pmatrix} x & 3 & x \\ 2 & x & 2 \\ 1 & x & 1 \end{pmatrix}$  é inversível.

**BOA PROVA!**