



Atividade extra - 05/12/2024

Questão 1: Sejam $V = M_2(\mathbb{R})$ o espaço vetorial das matrizes 2×2 sobre \mathbb{R} . Consideremos os subconjuntos de V ,

$$V_1 = \{A \in V : A^t = A\} \quad \text{e} \quad V_2 = \{A \in V : A^t = -A\}.$$

Mostre que:

- (a) V_1 e V_2 são subespaços vetoriais.
- (b) $V = V_1 \oplus V_2$.

Questão 2: Considere o conjunto $S = \{(-1, 3, 1), (1, -2, 4)\}$ e determine:

- (a) o espaço gerado por S ;
- (b) o valor de $k \in \mathbb{R}$ para que $v = (5, k, 11)$ pertença ao espaço gerado por S .

Questão 3: Encontre um conjunto de geradores para cada espaço abaixo:

- (a) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 2y + 3z = 0\}$
- (b) $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y = 0 \quad \text{e} \quad x + t = 0\}$
- (c) $V = \left\{ p(x) = a + bx + cx^2 \in P_2(\mathbb{R}) : a - \frac{b}{2} = c \right\}$
- (d) $V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) : a + c = d \quad \text{e} \quad b = 0 \right\}$

Questão 4: Sejam $W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a = d \quad \text{e} \quad b = c \right\}$ e $W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a = c \quad \text{e} \quad b = d \right\}$ subespaços de $M_2(\mathbb{C})$.

- (a) Exiba uma base para $W_1 \cap W_2$.
- (b) Determine $W_1 + W_2$. A soma é direta?
- (c) $W_1 + W_2 = M_2(\mathbb{C})$?