**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**
**Departamento de Matemática Pura e Aplicada**
**Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS**
**Disciplinas: *Cálculo C/ Cálculo Diferencial e Integral II***
**Prof. *Victor Martins***

# Gabarito - Teste 1 - 23/08/2018

**Questão 1:** A família de planos que passam pelo ponto $(1, 0, -2)$ é dada por

$$A(x-1) + B(y-0) + C(z+2) = 0,$$

onde $(A, B, C)$ é um vetor normal ao plano. Como o plano em questão deve ser perpendicular aos planos $2x + y - z = 2$ e $x - y - z = 3$, devemos ter

$$(A, B, C) \cdot (2, 1, -1) = 0$$

$$(A, B, C) \cdot (1, -1, -1) = 0,$$

isto é,

$$\begin{cases} 2A + B - C = 0 \\ A - B - C = 0 \end{cases}$$

Resolvendo este sistema obtemos $A = -2B$ e $C = -3B$. A equação procurada é

$$-2B(x-1) + B(y-0) - 3B(z+2) = 0.$$

Fazendo, por exemplo, $B = 1$ obtemos a equação

$$2x - y + 3z + 4 = 0.$$

**Questão 2:**

(a) Fazendo $\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \text{sen}^2\theta$. Teremos então

$$z = r^2(\cos^2\theta - \text{sen}^2\theta) = r^2\cos^2\theta - r^2\text{sen}^2\theta.$$

Como $r\cos\theta = x$ e $r\text{sen}\theta = y$, a equação pedida é

$$z = x^2 - y^2,$$

que é um parabolóide hiperbólico.

(b) Multiplicando a equação dada por $\rho$, obtemos

$$\rho^2 + 6\rho\text{sen}\phi\cos\theta + 4\rho\text{sen}\phi\text{sen}\theta - 8\rho\cos\phi = 0 \Leftrightarrow$$

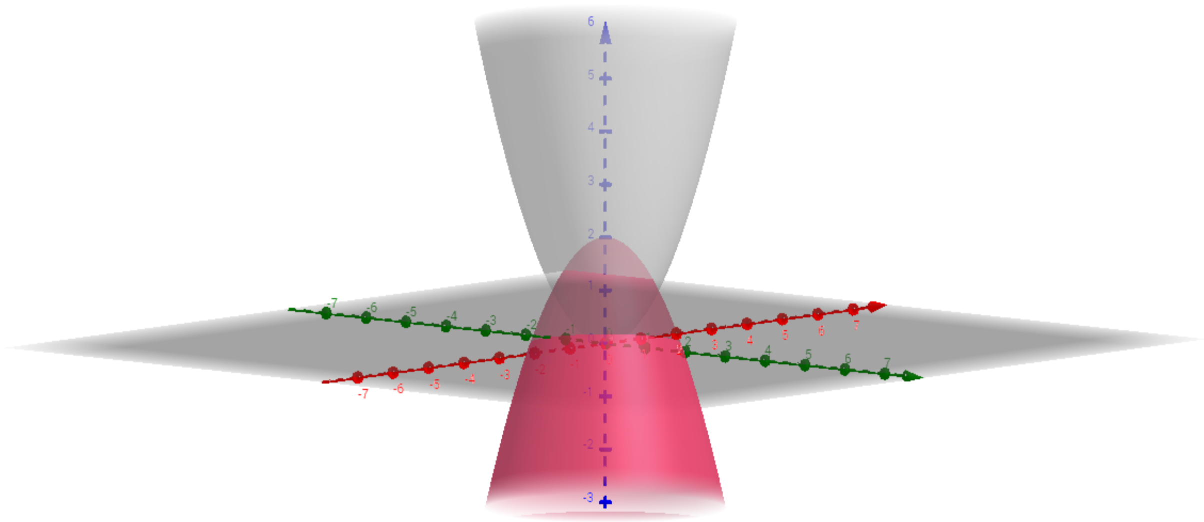
$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 4y - 8z = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x+3)^2 + (y+2)^2(z-4)^2 = 29,$$

que é a esfera de centro $(-3, -2, 4)$ e raio $\sqrt{29}$.

**Questão 3:**

(a) As duas superfícies são parabolóides elípticos e a região delimitada entre elas pode ser vista no gráfico abaixo:



(b) Como o ponto $(a, b, c)$ encontra-se sobre a superfície $z = y^2 - x^2$, então

$$c = b^2 - a^2.$$

Vamos verificar se a reta dada pertence a mesma superfície, para isso, verifiquemos se as equações paramétrica satisfazem a equação da superfície. Temos

$$y^2 - x^2 = (b+t)^2 - (a+t)^2 = b^2 + 2bt - a^2 - 2at = b^2 - a^2 + 2(b-a)t = c + 2(b-a)t = z,$$

onde a última igualdade vem do fato do ponto dado pertencer a superfície.