UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Disciplina: *Álgebra linear* - Prof. *Victor Martins*

Prova 2 - 28/06/2022

Nome:____Matrícula:__________

Questão 1: Sejam $V = \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ o $\mathbb{R}$-espaço vetorial das funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e

$$V_1 = \{f \in \mathcal{F} : \ f(x) = f(-x), \ \forall \ x \in \mathbb{R}\} \qquad \text{e} \qquad V_2 = \{f \in \mathcal{F} : \ f(x) = -f(-x), \ \forall \ x \in \mathbb{R}\}$$

os subconjuntos de V formados, respectivamente, pelas funções pares e funções ímpares. Mostre que:

(a) *(2,0 pontos)* V_1 e V_2 são subespaços vetoriais.

(b) *(1,0 ponto)* $V = V_1 \oplus V_2$.

Questão 2: *(1,0 ponto)* Verifique se $W = \{(0, a, b) \ : \ a, b \in \mathbb{R}\}$ é gerado pelos vetores $u = (0, 1, 2)$ e $v = (0, -1, 1)$.

Questão 3:

(a) *(1,0 ponto)* Defina conjunto linearmente dependente e conjunto linearmente independente.

(b) *(1,5 pontos)* Se $\mathbb{F} = \mathbb{Z}_2$, o subconjunto $\{(\bar{1}, \bar{1}, \bar{0}), (\bar{1}, \bar{0}, \bar{1}), (\bar{0}, \bar{1}, \bar{1})\}$ de $\mathbb{F}^3$ é linearmente dependente?

Questão 4: *(1,0 ponto)* Verifique se o conjunto $\mathcal{B} = \{1, 1 + x, 1 - x^2, 1 - x - x^2 - x^3\}$ é uma base de $P_3(\mathbb{R})$, o espaço vetorial dos polinômios de grau até 3 e coeficientes reais.

Questão 5:

(a) *(1,0 ponto)* Mostre que se W_1, W_2 são subespaços vetoriais de um $\mathbb{K}$-espaço vetorial V então

$$\langle W_1 \cup W_2 \rangle = W_1 + W_2.$$

(b) *(1,5 pontos)* Sejam $v_1 = (1, 2, 3)$, $v_2 = (3, 2, 1)$ e $v_3 = v_1 + v_2$. Considere $U = \langle v_1, v_2 \rangle$ e $V = \langle v_3 \rangle$. Determine $dim(U + V)$ e $dim(U \cap V)$.

Questão extra: *(3,0 pontos)* Sejam $V = \{p : [-1, 1] \to \mathbb{R}; \ p(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0\}$ e $S = \{p \in V \ : \ p(-1) = 0 \quad \text{e} \quad p'(1) = 0\}$. Mostre que S é um subespaço vetorial de V. Encontre uma base e a dimensão do subespaço S.

BOA PROVA!