



Prova 1 - 17/04/2024

(Questões sem justificativas não serão consideradas, portanto apresente os cálculos e justificativas para cada solução. É proibido o uso de calculadoras.)

Nome: _____ Matrícula: _____

Questão 1: Seja $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$ e faça o que se pede:

- (a) (1,0 ponto) Determine e esboce o domínio de f .
- (b) (1,0 ponto) Esboce as curvas de nível de f de níveis $k = \frac{1}{3}$ e $k = \frac{1}{2}$.

Questão 2:

- (a) (0,5 pontos) Enuncie a **regra dos dois caminhos** para funções de duas variáveis.
- (b) (3 pontos) Determine o limite, se existir, ou mostre que o limite não existe:

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$ (b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y^2}{x^8 + y^4}$ (c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^4 y^4}{(x^4 + y^2)^3}$

Questão 3: Considere a função dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) (1,0 ponto) f é contínua em $(0, 0)$? Justifique.
- (b) (1,0 ponto) f é contínua em $(1, -1)$? Justifique.

Questão 4: Determine quais as superfícies dadas pelas equações abaixo no sistema de coordenadas indicado. (Dê os nomes das superfícies).

- (a) (1,5 pontos) $r^2 + z^2 = 4r \cos \theta$ (coordenadas cilíndricas).
- (b) (1,5 pontos) $\rho \sin \phi = 3$ (coordenadas esféricas).

BOA PROVA!