UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Disciplinas: ***Cálculo C/ Cálculo Diferencial e Integral II***
Prof. ***Victor Martins***

Prova 3 - 25/09/2024

(Questões sem justificativas não serão consideradas, portanto apresente os cálculos e justificativas para cada solução. É proibido o uso de calculadoras.)

Nome:____Matrícula:__________

Cada questão abaixo vale 3,0 pontos. Resolva no máximo 5 questões.

(1) (a) Enuncie o Teorema de Fubini para integrais duplas.

(b) Calcule $\displaystyle\iint_R \operatorname{sen} x \cos y \, dA$, onde $R = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}]$.

(c) Calcule $\displaystyle\iint_R y \operatorname{sen}(xy) \, dA$, onde $R = [1, 2] \times [0, \pi]$.

(2) Em cada caso, esboce a região de integração e calcule a integral.

(a) $\displaystyle\int_0^1 \int_{y-1}^0 e^{x+y} \, dxdy + \int_0^1 \int_0^{1-y} e^{x+y} \, dxdy$

(b) $\displaystyle\int_0^1 \int_y^1 \operatorname{sen} x^2 \, dxdy$

(3) Calcule a integral trocando a ordem de integração:

(a) $\displaystyle\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} \, dxdy$

(b) $\displaystyle\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3+1} \, dydx$

(4) Calcule, utilizando integrais duplas, a área limitada pela elipse de equação $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

(5) Utiliza a transformação $(x = \frac{u}{v}; y = v)$ para calcular a integral $\displaystyle\iint_R xy dA$, em que R é a região do primeiro quadrante limitada pelas retas $y = x$ e $y = 3x$ e pelas hipérboles $xy = 1$, $xy = 3$.

(6) Calcule o volume do sólido delimitado pelo cilindro $x = y^2$ ($z \in \mathbb{R}$) e pelos planos $z = 0$ e $x + z = 1$.

(7) Utilize coordenadas polares para combinar a soma

$$\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{1} \int_{\sqrt{1-x^2}}^{x} xydydx + \int_{1}^{\sqrt{2}} \int_{0}^{x} xydydx + \int_{\sqrt{2}}^{2} \int_{0}^{\sqrt{4-x^2}} xydydx$$

em uma única integral dupla. Em seguida, calcule a integral dupla.

(8) Calcule $\iiint\limits_Q 12xy^2z^3\,dV$ na caixa retangular $Q = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ -1 \leq x \leq 2, \ 0 \leq y \leq 3, \ 0 \leq z \leq 2\}$.

(9) Use uma integral tripla para calcular o volume do sólido contido no cilindro $x^2 + y^2 = 9$ e entre os planos $z = 1$ e $x + z = 5$.

(10) Encontre o volume da região sólida limitada abaixo pelo plano $z = 0$, lateralmente pelo cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e acima pelo parabolóide $x^2 + y^2 = z$.

(11) Calcule a integral $\displaystyle\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{\frac{(1-\cos\phi)}{2}} \rho^2 \text{sen}\phi d\rho d\phi d\theta$ em coordenadas esféricas.

BOA PROVA E BOAS FÉRIAS!