UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Disciplinas: *Cálculo C/ Cálculo Diferencial e Integral II*
Prof. *Victor Martins*

Prova 3 - 25/09/2024

(Questões sem justificativas não serão consideradas, portanto apresente os cálculos e justificativas para cada solução. É proibido o uso de calculadoras.)

Nome:____ Matrícula:___________

Cada questão abaixo vale 3,0 pontos. Resolva no máximo 5 questões.

(1) (a) Defina os limites de integração para a integral $\displaystyle\iint_D f(x,y)\,dA$, sendo D a região do plano xy limitada pelas curvas $y=0$ e $y=1-x^2$.

(b) Inverta a ordem de integração na integral $\displaystyle\int_0^1 \int_{\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x,y)\,dxdy$.

(2) Em cada caso, esboce a região de integração e calcule a integral.

(a) $\displaystyle\int_{-a}^{a} \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} (x+y)\,dydx$

(b) $\displaystyle\int_0^2 \int_x^2 e^{-y^2}\,dydx$

(3) Calcule a integral trocando a ordem de integração:

(a) $\displaystyle\int_0^1 \int_{3y}^{3} e^{x^2}\,dxdy$

(b) $\displaystyle\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^{2} \frac{1}{y^3+1}\,dydx$

(4) Utilizando integral dupla, calcule a área da região delimitada pelas curvas $x=y^2-1$ e $x=2y^2-2$.

(5) Calcule a integral $\displaystyle\iint_R \operatorname{sen}(9x^2+4y^2)dA$, onde R é a região do primeiro quadrante limitada pela elipse $9x^2+4y^2=1$, fazendo uma mudança de variáveis apropriada.

(6) Determine o volume do sólido abaixo da superfície $z = xy$ e acima do triângulo com vértices $(1, 1)$, $(4, 1)$, $(1, 2)$.

(7) Calcule o volume do tetraedro delimitado pelo plano $x+y+z = 1$ e pelos planos coordenados.

(8) Calcule a integral tripla $\iiint\limits_E z\,dV$, onde E é limitado pelo cilindro $y^2 + z^2 = 9$ e pelos planos $x = 0$, $y = 3x$ e $z = 0$ no primeiro octante.

(9) Calcule a integral tripla $\iiint\limits_E x\,dV$, onde E é delimitado pelos planos $z = 0$ e $z = x + y + 5$ e pelos cilindros $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 = 9$.

(10) Use a integral tripla para determinar o volume do sólido dado por $x^2+y^2 \leq z \leq \sqrt{4 - 3x^2 - 3y^2}$.

(11) Dentre as coordenadas cilíndricas ou esféricas, utilize a que lhe parecer mais apropriada para determinar o volume da região limitada acima pelo parabolóide $z = 5 - x^2 - y^2$ e abaixo pelo parabolóide $z = 4x^2 + 4y^2$.

BOA PROVA E BOAS FÉRIAS!