UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Disciplina: *Álgebra linear* - Prof. *Victor Martins*

Prova 2 - 08/07/2022

Nome:____Matrícula:__________

Questão 1: Sejam $V = M_n(\mathbb{R})$ o espaço vetorial das matrizes $n \times n$ sobre $\mathbb{R}$. Consideremos os subconjuntos de V,

$$V_1 = \{A \in V : A^t = A\} \qquad \text{e} \qquad V_2 = \{A \in V : A^t = -A\}.$$

Mostre que:

(a) *(2,0 pontos)* V_1 e V_2 são subespaços vetoriais.

(b) *(1,0 ponto)* $V = V_1 \oplus V_2$.

Questão 2: *(1,0 ponto)* Verifique se $W = \{(0, a, b) : \ a, b \in \mathbb{R}\}$ é gerado pelos vetores $u = (0, 3, 1)$, $v = (0, 2, -1)$ e $w = (0, 1, 1)$.

Questão 3: *(1,0 ponto)* Considere

$$S = \{(1, -1, 1, -1), (-1, -2, 3, 0), (0, 0, 1, -1), (0, -3, 4, -1)\} \subset \mathbb{R}^4.$$

Verifique se S é um conjunto linearmente independente ou linearmente dependente.

Questão 4:

(a) *(1,0 ponto)* Defina base de um espaço vetorial.

(b) *(1,5 pontos)* Verifique se as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \qquad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

formam uma base de $M_2(\mathbb{R})$.

Questão 5: *(2,5 pontos)* Seja $B = \{v_1, v_2\}$ uma base do subespaço vetorial W de $\mathbb{R}^3$, onde $v_1 = (1, 1, 1)$ e $v_2 = (1, 0, 1)$. Considere as seguintes afirmações:

(a) $(1, 2, 1) \in W$;

(b) $W = \{(x, y, z) : \ x - z = 0\}$;

(c) Se $[v]_B = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$, então $v = (2, 3, 2)$.

Quais das afirmações acima são verdadeiras? Justifique.

Questão extra: *(2,0 pontos)* Dados $u = (1, 2)$, e $v = (-1, 2)$, sejam W_1 e W_2 respectivamente as retas que passam pela origem de $\mathbb{R}^2$ e contêm u e v. Mostre que W_1 e W_2 são subespaços vetoriais de $\mathbb{R}^2$ e que $\mathbb{R}^2 = W_1 \oplus W_2$.

BOA PROVA!