UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde

Disciplina: ***Álgebra Linear*** **Prof°. *Victor Martins***

Lista 3: Determinantes

(1) Calcule os determinantes das matrizes abaixo:

(a) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

(e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(2) Seja A uma matriz quadrada de ordem 4 tal que $detA \neq 0$ e $A^3 + 2A^2 = 0$. Calcule $detA$.

(3) Seja $A_{5\times5}$ uma matriz real e B uma matriz obtida de A através das seguintes operações elementares:

(i) $L_3 \leftrightarrow L_4$

(ii) $L_2 \leftrightarrow -2L_2$

(iii) $L_1 \leftrightarrow L_1 + \frac{1}{4}L_2$

(iv) $L_1 \leftrightarrow L_3$

Sabendo que $detA = 12$, calcule $det(-2B^t)$.

(4) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 2 \\ 0 & -1 & -8 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, calcule:

(a) $det(A - \lambda I_2)$ e $det(B - \lambda I_3)$;

(b) os valores de λ para que a matriz $A - \lambda I_2$ não seja inversível;

(c) os valores de λ para que a matriz $B - \lambda I_3$ não seja inversível.

(5) Sejam A, B e C matrizes quadradas de ordem 3 tais que $C^{-1} = AB$ e $B = 2A$. Se $detC = 32$, determine o valor absoluto de $detA$.

(6) Dizemos que uma matriz inversível A é **ortogonal** se $A^{-1} = A^t$. Prove que se A é uma matriz ortogonal de ordem n, então $detA = \pm 1$.

(7) Mostre que se $detA = 1$ e todas as entradas de A são números inteiros, então todas as entradas de A^{-1} também são números inteiros.

(8) Mostre que a inversa de uma triangular inferior é triangular inferior e a inversa de uma matriz triangular superior é triangular superior.

(9) O **traço** de uma matriz quadrada A é a soma dos elementos da sua diagonal principal e é simbolizado por $tr(A)$. Seja A uma matriz quadrada de ordem 2. Mostre que $det(A + I_2) = detA + 1$ se, e somente se, $tr(A) = 0$.

(10) Assinale verdadeiro (V) ou falso (F) e justifique sua escolha utilizando demonstrações ou contra-exemplos.

(a) (   ) Sejam $A_{m \times n}$ e $B_{n \times m}$, com $m \neq n$, então $det(AB) = det(BA)$;

(b) (   ) $det(A + B) = det(B + A)$;

(c) (   ) $det(kA) = kdet(A)$, onde k é um número real.