UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Disciplina: *Cálculo C* - Prof. *Victor Martins*

PROVA 1 - 18/04/2018

(Questões sem justificativas não serão consideradas, portanto apresente os cálculos e justificativas para cada solução.)

Nome:____Matrícula:__________

Questão 1: *(3 pontos)* Determine o limite, se existir, ou mostre que o limite não existe:

(a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(xy)}{x^2+y^2}$ (b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2}$ (c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y^2}{x^8+y^4}$

Questão 2: *(1,5 pontos)* Mostre que todo plano tangente a $z = x^2 - y^2$ intersecciona esta superfície em duas retas perpendiculares.

Questão 3: (a) *(0,5 pontos)* Defina continuidade de uma função de duas variáveis $f(x,y)$ em um ponto (a,b) do seu domínio.

(b) *(1 ponto)* Dado

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3+xy^2}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0), \\ L, & (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

encontre L para f ser contínua em $(0,0)$.

Questão 4: *(1,5 pontos)* Seja $F(t) = f(e^{t^2}, \operatorname{sen}(t))$, onde $f(x,y)$ é uma função diferenciável. Expresse $F'(t)$ em termos das derivadas parciais de f. Calcule $F'(0)$ supondo $f_y(1,0) = 5$.

Questão 5 : Considere a função $f(x,y) = \dfrac{\cos(y^2)}{x}$.

(a) *(1 ponto)* Determine a taxa de variação máxima de f em $(1,\sqrt{\pi})$ e a direção em que isso ocorre.

(b) *(1 ponto)* Determine a derivada direcional de f em $(1,\sqrt{\pi})$ na direção $v = (2,1)$.

(c) *(1 ponto)* Determine todas as derivadas parciais de segunda ordem de f e as calcule no ponto $(1,\sqrt{\pi})$.

Questão 6: *(1,5 pontos)* Seja $z = f(x,y)$ uma função dada implicitamente por

$$x^2z + z^2y - 2xyz - 7 = 0.$$

Calcule $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

BOA PROVA!