UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Disciplina: *Álgebra linear* - Prof. *Victor Martins*

Prova 2 - 17/11/2022

Nome:____Matrícula:__________

Questão 1: *(2,0 pontos)* Verifique, nos itens abaixo, se W é um subespaço vetorial de V:

(a) $V = \mathbb{R}^2, \quad W = \{(3y, y): \ y \in \mathbb{R}\}$; (b) $V = M_2(\mathbb{R}), \quad W = \{A \in M_2(\mathbb{R}): \ detA = 0\}$.

Questão 2: Considere os subespaços W_1 e W_2 do $\mathbb{R}$-espaço vetorial $\mathbb{R}^3$.

$$W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x - 2y + 3z = 0\}; \qquad W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ y = 3z - x\}.$$

(a) *(2,0 pontos)* Determine $dimW_1$ e $dimW_2$.

(b) *(1,0 ponto)* $W_1 + W_2$ é soma direta? Determine $dim(W_1 + W_2)$.

(c) *(0,5 pontos)* $W_1 + W_2 = \mathbb{R}^3$?

Questão 3: *(1,5 pontos)* Considere o conjunto $B = \{1 - x^3, (1 - x)^2, 1 - x, 1\} \subset P_3(\mathbb{R})$

(a) Mostre que B é uma base do espaço $P_3(\mathbb{R})$ dos polinômios reais de grau ≤ 3.

(b) Escreva o polinômio $p(x) = x^3 + 3x^2 + 6$ como combinação linear dos elementos de B.

Questão 4: *(3,0 pontos)* Assinale **(V)** para as afirmações verdadeiras e **(F)** para as afirmações falsas. Demonstre ou dê um contraexemplo, para justificar sua resposta.

(a) ( ) O conjunto $S = \{x, x^2 + 1, x^3 - 1, 2 + x, 3\}$ é um conjunto LI de vetores de $P_3(\mathbb{R})$.

(b) ( ) Se U é o subespaço de $\mathbb{R}^3$ gerado por $(1, 0, 0)$ e W é o subespaço de $\mathbb{R}^3$ gerado por $(1, 1, 0)$ e $(0, 1, 1)$ então $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$.

(c) ( ) $(1, -1, 2) \in \langle (1, 2, 3), (3, 2, 1) \rangle$

(d) ( ) $B = \{(\sqrt{3}, 1), (\sqrt{3}, -1)\}$ é uma base de $\mathbb{R}^2$ como $\mathbb{R}$-espaço vetorial.

(e) ( ) O conjunto das matrizes simétricas de ordem 2 é um subespaço vetorial de $M_2(\mathbb{R})$.

(f) ( ) $\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -6 & 16 \end{pmatrix}$ é combinação linear de $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

BOA PROVA!