



Prova 1 - 13/10/2022

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

**Questão 1:** (2,0 pontos) Resolva e classifique os sistemas lineares abaixo:

$$(a) \begin{cases} -x - y - 2z = 2 \\ 2x - 3y + z = 1 \\ -x + 2y - z = 3 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x - 3y = 0 \\ 4x + 5y = 4 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$$

**Questão 2:** (1,0 ponto) Considere o seguinte sistema linear de 3 equações nas incógnitas  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

$$\begin{cases} kx + z = k \\ kx + 2y + kz = 2k \\ y + z = 1 \end{cases}$$

Examine para quais valores de  $k$  o sistema é possível determinado, possível indeterminado ou impossível.

**Questão 3:** (1,5 pontos) Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calcule o determinante da matriz  $E$ , dada por  $E = (A^t)(A^{-1})(C^2)(B^t)(2C)$ .

**Questão 4:** (1,5 pontos) Verifique se  $\mathbb{R}^3$  com as operações de adição e multiplicação por escalar definidas a seguir é um  $\mathbb{R}$ -espaço vetorial:

$$(x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2) = (x_1 + x_2, y_1 - y_2, z_1 + z_2)$$

$$a(x, y, z) = (ax, ay, az).$$

**Questão 5:** (4,0 pontos) Assinale (V) para as afirmações verdadeiras e (F) para as afirmações falsas. Demonstre ou dê um contraexemplo, para justificar sua resposta.

- (a) ( ) Se  $A$  e  $B$  são matrizes quadradas de mesma ordem, então  $\det(A+B) = \det A + \det B$ .
- (b) ( ) Para matrizes quadradas de mesma ordem temos  $\det(AB) = \det(BA)$ .
- (c) ( ) Se  $A$  é uma matriz simétrica e inversível, então  $A^{-1}$  é simétrica.
- (d) ( ) Se  $A$  é uma matriz quadrada tal que  $A^k = 0$  para todo  $k \geq 2$ , então  $A = 0$ .

**BOA PROVA!**