



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Departamento de Matemática Pura e Aplicada

Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS

Disciplinas: *Cálculo C/ Cálculo Diferencial e Integral II*

Prof. Victor Martins

Prova 1 - 17/04/2024

(Questões sem justificativas não serão consideradas, portanto apresente os cálculos e justificativas para cada solução. É proibido o uso de calculadoras.)

Nome: _____ Matrícula: _____

Questão 1: Seja $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

- (a) (1,0 ponto) Determine o domínio de f .
(b) (1,0 ponto) Encontre e esboce em um mesmo sistema de eixos coordenados as curvas de nível da função f de níveis $k = 0, 1, 2, 3, 4$.

Questão 2:

- (a) (0,5 pontos) Enuncie a **regra dos dois caminhos** para funções de duas variáveis.
(b) (3 pontos) Determine o limite, se existir, ou mostre que o limite não existe:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (b) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{xy}{y - 2x} \quad (c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5xy}{x^2 + y^2}$$

Questão 3: Considere a função dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - xy - y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) (1,0 ponto) f é contínua em $(0, 0)$? Justifique.
(b) (1,0 ponto) f é contínua em $(1, -1)$? Justifique.

Questão 4: Determine quais as superfícies dadas pelas equações abaixo no sistema de coordenadas indicado. (Dê os nomes das superfícies).

- (a) (1,5 pontos) $r^2 + z^2 = 6r \sin \theta$ (coordenadas cilíndricas).
(b) (1,5 pontos) $\rho \sin \phi = 3$ (coordenadas esféricas).

BOA PROVA!