UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Disciplina: *Álgebra linear* - Prof. *Victor Martins*

Prova final - 24/08/2022

Nome:____Matrícula:__________

Questão 1: Seja $W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) : \ a + c = d \quad \text{e} \quad b = 0 \right\}$ um subconjunto do $\mathbb{R}$-espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$.

(a) *(1,0 ponto)* Mostre que W é um subespaço vetorial de $M_2(\mathbb{R})$.

(b) *(0,5 pontos)* Determine uma base para W.

Questão 2:

(a) *(1,0 ponto)* Verifique se o conjunto $S = \{(1,-3,4),(3,2,1),(1,-1,2)\} \subset \mathbb{R}^3$ é um conjunto de vetores linearmente independentes.

(b) *(0,5 pontos)* Determine a dimensão do espaço vetorial de todos os polinômios p de grau menor ou igual a 4 tais que $p(1) = 0$.

Questão 3: Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ uma aplicação dada por $T(x, y) = (2x, x - y, 2y)$.

(a) *(1,0 ponto)* Mostre que T é uma transformação linear.

(b) *(1,0 ponto)* Determine $[T]^\alpha_\beta$, onde $\alpha = \{(1,1),(0,2)\}$ e $\beta = \{(1,0,1),(0,1,0),(1,2,0)\}$ são bases de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$, respectivamente.

(c) *(0,5 pontos)* Determine o núcleo de T.

Questão 4: Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por

$$T(x, y, z) = (3x + y, -2x - 4y + 3z, 5x + 4y - 2z).$$

(a) *(1,0 ponto)* Mostre que T é um isomorfismo.

(b) *(1,0 ponto)* Determine T^{-1} e $[T^{-1}]$.

Questão 5: Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ um operador linear dado por $T(x, y, z) = (4x - y, 2x + y)$.

(a) *(0,5 pontos)* Determine $[T]$.

(b) *(0,5 pontos)* Determine o polinômio característico de T.

(c) *(0,5 pontos)* Determine, caso existam, os autovalores de T.

(d) *(0,5 pontos)* Determine, caso existam, os autovetores de T.

(e) *(0,5 pontos)* T é diagonalizável? Em caso afirmativo, exiba uma base α de $\mathbb{R}^2$ formada por autovetores e $[T]^\alpha_\alpha$.

BOA PROVA!