UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Disciplina: *Álgebra linear* - Prof. *Victor Martins*

Prova 2 - 06/06/2023

Nome:____Matrícula:__________

Questão 1: *(2,0 pontos)* Verifique se o subconjunto W é um subespaço vetorial real de V em cada item:

(a) $V = \mathbb{R}^3$; $\quad W = \{(a, 0, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$.

(b) $V = M_2(\mathbb{R})$; $\quad W = \{A \in M_2(\mathbb{R}) : \; detA = 0\}$.

Questão 2: *(2,0 pontos)* Mostre que $V = U \oplus W$, onde $V = \mathbb{R}^3$ e

$$U = \{(x, y, 0) : x, y \in \mathbb{R}\},$$

$$W = \{(z, z, z) : z \in \mathbb{R}\}.$$

Questão 3: *(2,0 pontos)* Mostre que os vetores $u = (1 - a, 1 + a)$ e $v = (1 + a, 1 - a)$, com $a \neq 0$, são LI em $\mathbb{R}^2$.

Questão 4: *(3,0 pontos)* Determine a dimensão dos subespaços vetoriais abaixo (exiba uma base em cada caso):

(a) $U = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : \; 2x - 2y + z = 0 \quad \text{e} \quad 2x - y + w = 0\}$ subespaço de $V = \mathbb{R}^4$

(b) $W = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : \; 3x - 3y + z = 0 \quad \text{e} \quad y + w = 0\}$ subespaço de $V = \mathbb{R}^4$

(c) $U \cap W$ subespaço de $V = \mathbb{R}^4$

Questão 5: *(2,0 pontos)* Mostre que $S = \{(1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 1, -1)\}$ é um conjunto gerador para o espaço vetorial real $V = \mathbb{R}^3$.

Questão 6: *(2,0 pontos)* Assinale **(V)** para as afirmações verdadeiras e **(F)** para as afirmações falsas. Demonstre ou dê um contraexemplo, para justificar sua resposta.

(a) ( ) $\mathbb{R}^2$ é um subespaço vetorial de $\mathbb{R}^3$.

(b) ( ) O conjunto de vetores $S = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (-1, 0, 1), (0, 0, 1)\} \subset \mathbb{R}^3$ é linearmente independente.

(c) ( ) O conjunto $S = \{1, (x - 1)^2, x^3\}$ é um conjunto gerador para o espaço $P_3(\mathbb{R})$ dos polinômios reais de grau até 3 em uma incógnita.

(d) ( ) Como a dimensão de $\mathbb{R}^2$ como espaço vetorial é 2, então qualquer conjunto com 2 vetores do $\mathbb{R}^2$ é uma base desse espaço.

BOA PROVA!