UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Disciplina: *Álgebra linear* - Prof. *Victor Martins*

Prova 3 - 12/08/2022

Nome:____Matrícula:__________

Questão 1:

(a) *(0,5 pontos)* Defina transformação linear.

(b) *(0,5 pontos)* Defina transformação linear injetora e transformação linear sobrejetora.

(c) *(0,5 pontos)* Enuncie o Teorema do Núcleo e da Imagem.

Questão 2: Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ uma aplicação dada por $T(x, y, z) = (3x, x - y, 2x + y + z)$.

(a) *(1,0 ponto)* Mostre que T é uma transformação linear.

(b) *(1,0 ponto)* Determine $[T]^{\alpha}_{\beta}$, onde $\alpha = \{(1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$ e $\beta = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 2)\}$ são bases de $\mathbb{R}^3$.

(c) *(0,5 pontos)* Determine o núcleo de T.

(d) *(1,0 ponto)* T é um isomorfismo? Se sim, determine T^{-1} e $[T^{-1}]$.

Questão 3: Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear dado por $T(x, y, z) = (x - 2y - 2z, y, 2y + 3z)$.

(a) *(0,5 pontos)* Determine $[T]$.

(b) *(0,5 pontos)* Determine o polinômio característico de T.

(c) *(0,5 pontos)* Determine, caso existam, os autovalores de T.

(d) *(0,5 pontos)* Determine, caso existam, os autovetores de T.

(e) *(0,5 pontos)* T é diagonalizável? Em caso afirmativo, exiba uma base α de $\mathbb{R}^3$ formada por autovetores e $[T]^{\alpha}_{\alpha}$.

Questão 4: *(2,5 pontos)* Assinale **(V)** para as afirmações verdadeiras e **(F)** para as afirmações falsas. Demonstre, se a afirmação for verdadeira, dê um contraexemplo, se for falsa.

(a) (   ) Existe uma transformação linear $T : \mathbb{R}^4 \to P_4(\mathbb{R})$ sobrejetora.

(b) (   ) Sejam V e W espaços vetoriais sobre $\mathbb{K}$ e $T : V \to W$ uma transformação linear injetora. Então T leva conjunto LI de V em conjunto LI de W.

(c) (   ) Seja $D : P_2(\mathbb{R}) \to P_2(\mathbb{R})$ a aplicação derivada primeira. Então $[D]^{\beta}_{\alpha}$ é uma matriz triangular superior, onde $\beta = \{1 + x, 1 - x, x^2\}$ e $\alpha = \{1, x, x^2\}$ são bases de $P_2(\mathbb{R})$.

(d) (   ) O operador linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, dado por $T(x, y, z) = (x + y, x - y + 2z, 2x + y - z)$ é diagonalizável.

(e) (   ) Existe transformação linear T tal que $N(T) \subset Im(T)$.

BOA PROVA!