UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Disciplina: ***Álgebra linear*** **- Prof.** ***Victor Martins***

Prova 3 - 18/07/2023

Nome:____Matrícula:__________

Questão 1: *(3,0 pontos)* Em cada item abaixo, verifique se a aplicação T dada é uma transformação linear.

(a) $T : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$, dada por $T(x) = (x, 2x, -x)$.

(b) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, dada por $T(x, y, z) = (x, 2y, 0)$.

(c) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, dada por $T(x, y) = (x, y) + v$, onde v é um vetor não nulo de $\mathbb{R}^2$.

Questão 2: *(3,0 pontos)* Em cada item abaixo, verifique se a transformação linear T dada é injetora, sobrejetora e isomorfismo. Se T for um isomorfismo, determine T^{-1}.

(a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, dada por $T(x, y) = (2x - y, x + y)$.

(b) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, dada por $T(x, y, z) = (x - 3y + 5z, -x + 4y - z)$.

(c) $T : \mathbb{R}^3 \to P_3(\mathbb{R})$, onde

$$T(1, 0, 1) = 2 + x^2 + x^3,$$
$$T(0, 1, 0) = 1 + x^2,$$
$$T(0, 0, 1) = x^2 - x^3.$$

Questão 3: *(6,0 pontos)* Em cada item abaixo, dado o operador linear T sobre os $\mathbb{R}$-espaços vetoriais indicados, determine, caso existam, os autovalores (reais) e autovetores de T. Verifique se T é ou não diagonalizável, justificando sua resposta. Caso T seja diagonalizável, apresente uma base α do espaço vetorial tal que a matriz de T nessa base seja diagonal e exiba a matriz $[T]^{\alpha}_{\alpha}$.

(a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, dada por $T(x, y) = (2x + 2y, y)$.

(b) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, tal que $[T] = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

(c) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, dada por $T(x, y, z) = (x, -z, y)$.

BOA PROVA!