UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Disciplina: *Álgebra linear* - Prof. *Victor Martins*

Prova 3 - 10/08/2022

Nome:____Matrícula:__________

Questão 1:

(a) *(0,5 pontos)* Defina isomorfismo de espaços vetoriais.

(b) *(0,5 pontos)* Defina operador linear.

(c) *(0,5 pontos)* O que significa dizer que um operador linear é diagonalizável?

Questão 2: Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ uma aplicação dada por $T(x, y, z) = (x - 2y, z, x + y)$.

(a) *(1,0 ponto)* Mostre que T é uma transformação linear.

(b) *(1,0 ponto)* Determine $[T]^\alpha_\beta$, onde $\alpha = \{(1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$ e $\beta = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 2)\}$ são bases de $\mathbb{R}^3$.

(c) *(0,5 pontos)* Determine o núcleo de T.

(d) *(1,0 ponto)* T é um isomorfismo? Se sim, determine T^{-1} e $[T^{-1}]$.

Questão 3: Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear dado por $T(x, y, z) = (3x - 4z, 3y + 5z, -z)$.

(a) *(0,5 pontos)* Determine $[T]$.

(b) *(0,5 pontos)* Determine o polinômio característico de T.

(c) *(0,5 pontos)* Determine, caso existam, os autovalores de T.

(d) *(0,5 pontos)* Determine, caso existam, os autovetores de T.

(e) *(0,5 pontos)* T é diagonalizável? Em caso afirmativo, exiba uma base α de $\mathbb{R}^3$ formada por autovetores e $[T]^\alpha_\alpha$.

Questão 4: *(2,5 pontos)* Assinale **(V)** para as afirmações verdadeiras e **(F)** para as afirmações falsas. Utilize demonstrações ou contra-exemplos para justificar cada item.

(a) ( ) Existe uma transformação linear $T : P_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$ injetora.

(b) ( ) A aplicação $T : M_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$, dada por $T(A) = detA$ é uma transformação linear.

(c) ( ) Se V e W são espaços vetoriais sobre $\mathbb{K}$ de mesma dimensão n e $T : V \to W$ é um isomorfismo, então T leva base de V em uma base de W.

(d) ( ) O operador linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, dado por $T(x, y) = (-3x + 4y, -x + 2y)$ é diagonalizável.

(e) ( ) Existe transformação linear T tal que $N(T) = Im(T)$.

BOA PROVA!