UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada - (CCENS)

Prova final - 25/07/2023 **Disciplina:** Álgebra linear Prof. Victor Martins

Nome:____Matrícula:____________

Questão 1: *(2,0 pontos)* Faça a correspondência entre cada item e sua definição.

(A) Subespaço vetorial

(B) Conjunto linearmente independente

(C) Base de um espaço vetorial

(D) Dimensão de um espaço vetorial

(E) Transformação linear

(F) Núcleo de uma transformação linear

(G) Isomorfismo de espaços vetoriais

(H) Operador diagonalizável

( ) Aplicação entre espaços vetoriais que preserva a adição de vetores e a multiplicação por escalar.

( ) Subconjunto do espaço vetorial que gera todo o espaço e ainda é linearmente independente.

( ) Subconjunto dos vetores do domínio de uma transformação linear cuja imagem é o vetor nulo.

( ) Subconjunto de um espaço vetorial que com as mesmas operações do espaço é um espaço vetorial.

( ) Aplicação bijetora entre espaços vetoriais que preserva a adição e a multiplicação por escalar.

( ) Transformação linear de um espaço nele próprio tal que existe uma base desse espaço formada por autovetores da transformação.

( ) Menor quantidade de vetores de um espaço vetorial que gera todo o espaço e é linearmente independente.

( ) Conjunto de vetores de um espaço cuja única forma de combinação linear destes resultando no vetor nulo é com os escalares todos nulos.

Questão 2: Seja

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) : \quad b + d = c \quad \text{e} \quad a = 0 \right\}$$

um subconjunto do $\mathbb{R}$-espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$.

(a) *(1,0 ponto)* Mostre que W é um subespaço vetorial de $M_2(\mathbb{R})$.

(b) *(1,0 ponto)* Determine uma base para W.

Questão 3: Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ uma aplicação dada por $T(x, y, z) = (x + y + z, 2y + z, z)$.

(a) *(1,0 ponto)* Mostre que T é uma transformação linear.

(b) *(0,5 pontos)* Determine $[T]$.

(b) *(0,5 pontos)* Determine o núcleo de T.

(c) *(1,5 pontos)* T é um isomorfismo? Se sim, determine T^{-1} e $[T^{-1}]$.

Questão 4: Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear dado por $T(x, y, z) = (x + 2y + z, 3y + z, -z)$.

(a) *(0,5 pontos)* Determine $[T]$.

(b) *(0,5 pontos)* Determine o polinômio característico de T.

(c) *(0,5 pontos)* Determine, caso existam, os autovalores de T.

(d) *(0,5 pontos)* Determine, caso existam, os autovetores de T.

(e) *(0,5 pontos)* T é diagonalizável? Se sim, exiba uma base α de $\mathbb{R}^3$ formada por autovetores e $[T]_\alpha^\alpha$.

BOA PROVA!